**Προσοχή: Μερικές επισημάνσεις- θέματα της τράπεζας θεμάτων.**

 1)**Σε ερώτηση γιατί από διάγραμμα x-t σε ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση καταλαβαίνουμε ότι η κίνηση είναι επιταχυνόμενη , μπορούμε να απαντήσουμε με δύο τρόπους:**

**1ος τρόπος )** Λέγοντας πως αν φέρουμε την εφαπτομένη της καμπύλης σε δύο σημεία της, στο ένα αυτό που έχει συντεταγμένες ( t1,x1) και στο άλλο που έχει συντεταγμένες ( t2,x2) με t2>t1, θα παρατηρήσουμε ότι η κλίση της πρώτης εφαπτομένης είναι μικρότερη από την κλίση της δεύτερης στην περίπτωση της επιταχυνόμενης . Ξέρουμε όμως από τη θεωρία πως η κλίση της εφαπτομένης σε διάγραμμα x-t ισούται με την ταχύτητα που έχει το σώμα τη στιγμή στην οποία αντιστοιχεί το σημείο της καμπύλης.

Αν πρέπει να αιτιολογήσουμε ότι είναι επιβραδυνόμενη, θα πούμε ότι η κλίση της πρώτης εφαπτομένης είναι μεγαλύτερη από την κλίση της δεύτερης. Πρέπει όμως χονδρικά να σχεδιάσουμε τις εφαπτόμενες στα δύο σημεία.





t2

t1

x2

 x1

Πάνω στο θέμα της τράπεζας, σχεδίασα (κατά προσέγγιση) δύο εφαπτόμενες στην καμπύλη . Η μία εφάπτεται με το σημείο( t1,x) της καμπύλης και η άλλη στο (t2,x2)Συγκρίνουμε τις δύο γωνίες που σχηματίζουν με τον οριζόντιο άξονα. Προφανώς, μεγαλύτερη είναι αυτή που αντιστοιχεί στο t1. Άρα, η ταχύτητα τη στιγμή t1 είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα τη στιγμή t2. Άρα η κίνηση επιβραδυνόμενη.

**2ος τρόπος)** Σημειώνουμε στον άξονα του χρόνου ένα σημείο έστω το t1 και μετά ένα άλλο σημείο , t2, τέτοιο ώστε να είναι t2=2.t1. Βρίσκουμε στο διάγραμμα τις αντίστοιχες θέσεις x1 και x2 από το διάγραμμα .

 Μετά γράφουμε τον τύπο της μέσης ταχύτητας για το χρονικό διάστημα από 0 έως t1 :

 uμ1= Δs1/Δt= (x1-x0)/t1 και μετά της μέσης ταχύτητας από t1 έως t2:

 uμ2=Δs2/Δt=( x2-x1)/(t2-t1).

Επειδή οι παρανομαστές στα κλάσματα της μέσης ταχύτητας είναι ίσοι ,(διάλεξα t2=2.t1) όποιο κλάσμα έχει μεγαλύτερο αριθμητή, θα είναι το μεγαλύτερο. Οι αριθμητές όμως φαίνονται από το διάγραμμα. Του πρώτου κλάσματος είναι η μετατόπιση από το x0 ως το x1 και του δεύτερου η μετατόπιση από το x1 ως το x2. Αν το πρώτο κλάσμα έχει μεγαλύτερο αριθμητή από το δεύτερο, σημαίνει πώς η μέση ταχύτητα στο πρώτο χρονικό διάστημα ήταν μεγαλύτερη από ότι στο δεύτερο. Άρα η κίνηση επιβραδυνόμενη. Αν αντίθετα το δεύτερο κλάσμα είναι το μεγαλύτερο, σημαίνει ότι η μέση ταχύτητα στο δεύτερο χρονικό διάστημα ήταν μεγαλύτερη, οπότε η κίνηση επιταχυνόμενη.



Σε αυτό το θέμα τι θα απαντούσατε; Το τι σας προτείνει είναι φανερό, γιατί έχει ήδη σημειώσει τα δύο σημεία τα t1 και t2 και αφήνει εσάς να σημειώσετε τα x1 και x2.



X2

X1

Με τον παραπάνω τρόπο, συγκρίνοντας τη μέση ταχύτητα στο χρονικό διάστημα από 0s έως t1:  uμ1=x1/t1

με τη μέση ταχύτητα στο χρονικό διάστημα από t1 έως t2: uμ2=x2-x1/(t2-t1),

βλέπουμε ότι η πρώτη είναι μεγαλύτερη από τη δεύτερη γιατί από το διάγραμμα φαίνεται ότι x1> (x2-x1), άρα η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη.

**2 Η δύναμη που δέχεται ένα σώμα Α** από την **επιφάνεια του σώματος Β στο οποίο** **βρίσκεται ή κινείται** : ( συνήθως βέβαια το σώμα Β είναι ένας δρόμος**) είναι μία.** Αυτήν την αναλύουμε σε δύο συνιστώσες: Μία κάθετη στην επιφάνεια συνεπαφής και μία παράλληλη. Η δεύτερη συνιστώσα, η παράλληλη ,υπάρχει μόνον όταν εμφανίζεται τριβή είτε στατική είτε ολίσθησης . Αν δεν υπάρχει τριβή, τότε υποχρεωτικά η διεύθυνση της δύναμης που ασκεί το B στο Α σώμα, είναι κάθετη στην επιφάνεια συνεπαφής. Ακραία περίπτωση βέβαια είναι και η Ν να ισούται με 0 Ν, οπότε θα λέγαμε ότι δεν υπάρχει δύναμη αλληλεπίδρασης μεταξύ σωμάτων Α και Β.

 Αν όμως υπάρχει τριβή, τότε η δύναμη που ασκεί το Β στο Α σχηματίζει γωνία φ με την επιφάνεια συνεπαφής. Το μέτρο της βρίσκεται με τον κανόνα της σύνθεσης δυνάμεων που είναι κάθετες ( μέτρο από το πυθαγόρειο: F2= N2+T2 → F=  . Η δε γωνία φ προσδιορίζεται με τη βοήθεια της εφαπτομένης της . δηλαδή: εφφ= Ν/Τ. Ούτε όμως τη γωνία ζητούν στην τράπεζα θεμάτων.

Παράδειγμα από τράπεζα θεμάτων:Εδώ, πρέπει να γράψουμε οπωσδήποτε πως σύμφωνα με τον 1ο νόμο του Νεύτωνα , επειδή το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα ,η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα ισούται με μηδέν. Άρα, ΣFy=0 → Ν-Β=0 →**Ν=Β** και

 ΣFx=0 → F-T=0 .Αλλά έχουμε ως δεδομένο ότι F=Β → Β-Τ=0→**Τ= Β.** Αλλά **Ν** και **Τ** είναι οι τιμές των δύο συνιστωσών της δύναμης που ασκεί το δάπεδο στο σώμα. Για να βρούμε το μέτρο της συνισταμένης, εφαρμόζουμε τον κανόνα σύνθεσης των κάθετων δυνάμεων και έχουμε:

Σ F2= N2+T2 →F=  Επομένως διαλέγουμε το β)

3. Υπάρχει θέμα Β, το παρακάτω (θέμα 10819)



**Ν**

Α)

**w**

**Τστ**

Β) το (γ)

Γ)

Εδώ, έχουμε ένα δεδομένο. Τα δύο σώματα κινούνται ως ένα. Δηλαδή, σε κάθε στιγμή έχουν την ίδια ταχύτητα και την ίδια επιτάχυνση. Άρα ο  **κύβος κινείται με την ίδια επιτάχυνση της σανίδας, οπότε πρέπει σύμφωνα με το 2ο νόμο του Νεύτωνα η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στον κύβο, να είναι παράλληλη στο δρόμο και να έχει τιμή: ΣF=mK.α. Η μόνη όμως παράλληλη δύναμη προς την επιφάνεια συνεπαφής που μπορεί να ασκείται στον κύβο, προέρχεται από τη σανίδα γιατί μόνο με αυτήν έρχεται σε επαφή ο κύβος. Επομένως η παράλληλη αυτή δύναμη είναι η στατική τριβή .(δεν είναι ολίσθησης γιατί ο κύβος δε σέρνεται πάνω στη σανίδα. Άρα η δύναμη που υποχρεωτικά ασκείται στον κύβο από τη σανίδα, είναι η στατική τριβή στατική ).(επιλογή γ)**

**Από εδώ και κάτω, μόνο για αυτούς που θέλουν να καταλάβουν λίγο καλύτερα τι συμβαίνει με την τριβή ολίσθησης και τη στατική:**

Ολίσθηση έχουμε όταν το ένα σώμα σύρεται πάνω στο άλλο. Αυτό γίνεται όταν τα δύο σώματα δεν έχουν την ίδια ταχύτητα σε κάθε στιγμή. Πράγματι αν σε κάθε στιγμή έχουν την ίδια ταχύτητα, αυτό σημαίνει ότι το πάνω σώμα θα ακουμπά συνέχεια στην ίδια επιφάνεια του κάτω σώματος. Οπότε τότε δεν υπάρχει τριβή ολίσθησης ανάμεσα στα σώματα .

Όταν ένα σώμα δε σύρεται ( ή δεν ολισθαίνει) σε ένα άλλο, αυτό μπορεί να σημαίνει ή ότι δεν υπάρχει δύναμη παράλληλη στην επιφάνεια συνεπαφής που να ασκείται σε ένα από τα δύο σώματα, ή ότι υπάρχει μεν τέτοια δύναμη, αλλά η στατική τριβή που ασκείται μεταξύ των σωμάτων εμποδίζει την ολίσθηση. Το ότι δεν ολισθαίνει το ένα πάνω στο άλλο, δε σημαίνει ότι δεν κινούνται ως προς τον ακίνητο παρατηρητή. Στο παράδειγμα του θέματος, ο κύβος κινείται ως προς έναν ακίνητο παρατηρητή στο δρόμο όπως και η σανίδα. Αλλά κινούνται πάντα με την ίδια ταχύτητα και φυσικά με την ίδια επιτάχυνση και έτσι το ένα δεν σέρνεται στο άλλο.

4. Υπάρχουν ασκήσεις συνάντησης κινητών εκ των οποίων το ένα κάνει ομαλή και το άλλο ομαλά μεταβαλλόμενη καταρχήν και ομαλή μετά, ή μόνο ομαλά μεταβαλλόμενη .Να διαβάσετε το λυμένο παράδειγμα με άσκηση συνάντησης που σας έδωσα στα λυμένα παραδείγματα κινητικής. Είναι η άσκηση 6. Υπάρχει δηλαδή σώμα που κινείται με σταθερή ταχύτητα και ένα άλλο που εκτελεί ομαλά μεταβαλλόμενη σε κάποιο χρονικό διάστημα και ομαλή σε άλλο. Ζητούν τη θέση και τη στιγμή της συνάντησης. Οι πράξεις είναι σχετικά εύκολες, θέλει όμως προσοχή. Δίνω παρακάτω ένα από τα θέματα με συνάντηση της τράπεζας.



Καταρχήν μετατρέπουμε την ταχύτητα του φορτηγού σε μονάδες S.I:

 u Φ=72000m/3600s=20m/s

Δ1) t1.2=20→t1=10s

Δ2. Έστω xΣ η θέση συνάντησης και tΣ η στιγμή της συνάντησης τότε για το φορτηγό ισχύει: xΣ=tΣ.uΦ (1)και για τη μοτοσυκλέτα ισχύει: xΣ=1/2.α.tΣ2 (2). Τα πρώτα μέλη των εξισώσεων 1 και 2 είναι ίσα άρα και τα δεύτερα είναι ίσα και άρα:

tΣ.uΦ =1/2.α.tΣ2→ uΦ =1/2.α.tΣ→ tΣ= 2.uΦ/α=2.20/2=20s. Τώρα για τη θέση συνάντησης: Στην εξίσωση 1, τοποθετούμε όπου tς ta 20σ και έχουμε: xΣ=20.20=400m

Δ3. Δημιουργούμε πίνακα τιμών για το κάθε κινητό: Φορτηγό:

|  |  |
| --- | --- |
| t (s) | u (m/s) |
| 0 | 20 |
| 20 | 20 |

Για τη μοτοσυκλέτα:

|  |  |
| --- | --- |
| t (s) | u (m/s) |
| 0 | 0 |
| 20 | 40 (uΣ=α.tΣ=2.20=0m/s) |

Και μετά τοποθετούμε τα σημεία του κάθε πίνακα στο διάγραμμα και τα ενώνουμε .Έτσι παίρνουμε το παρακάτω διάγραμμα

Φορτηγό

t(s)

u(m/s)

40

20

0

20

Μοτοσυκλέτα

Δ.4 )ΚΦ=1/2.5000.202= 106j , ΚΜ=1/2.500.402=4.105J, άρα ΚΦ/ ΚΜ=106/4.105=2,5

5. Υπάρχουν ασκήσεις στην τράπεζα θεμάτων που δίνουν διάγραμμα ΣF-t όπου Σ F είναι η αλγεβρική τιμή της συνισταμένης δύναμης σταθερής διεύθυνσης που ασκείται σε σώμα, και ζητούν να υπολογίσουμε μεταβολή της ταχύτητας σε ορισμένο χρονικό διάστημα ή στιγμή στην οποία αποκτά τη μέγιστη ταχύτητα του.

**Εμείς πρέπει πρώτα να δημιουργήσουμε διάγραμμα α-t.**

**Δηλαδή, αντί να έχουμε στον άξονα y’y τις αλγεβρικές τιμές της ΣF, τοποθετούμε το πηλίκον: ΣF/m.**

**Μετά, υπολογίζουμε από το εμβαδόν των σχημάτων που δημιουργούνται από τη γραφική παράσταση, τον άξονα του χρόνου και τις κάθετες από την αρχή και το τέλος κάθε χρονικού διαστήματος, τις Δu στα αντίστοιχα χρονικά διαστήματα.**

**Όπως υπολογίζαμε δηλαδή τα Δx από διάγραμμα u-t, τώρα από διάγραμμα α-t υπολογίζουμε τις Δu.**

 **Παράδειγμα: Β.**Κιβώτιο μάζας m=2Kg βρίσκεται ακίνητο σε λείο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t=0s στο κιβώτιο ασκείται οριζόντια δύναμη η τιμή της οποίας σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από το παρακάτω διάγραμμα .

Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Το κιβώτιο έχει τη μέγιστη ταχύτητατη χρονική στιγμή:

Α) 10s, β) 15s, γ) 20s

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Καταρχήν αρχίζουμε εξηγώντας ότι η  ισούται με τη . Αυτό γιατί το επίπεδο είναι οριζόντιο και λείο.

Μετά, μετατρέπουμε το διάγραμμα F-t σε α-t.



 -20/m

**α(m/s2)**

 20/m

m=μάζα σε kg

 0

 Έτσι παίρνουμε το παραπάνω διάγραμμα και το ερμηνεύουμε. Το σώμα ξεκινά με κίνηση επιταχυνόμενη. Ούτως ή άλλως όταν ξεκινά το σώμα από την ακινησία, πάντα κάνει επιταχυνόμενη κίνηση για κάποιο χρονικό διάστημα. Δεν μπορεί να ξεκινήσει από το μηδέν μειώνοντας το μέτρο της ταχύτητάς του!!! Όσο χρονικό διάστημα δεν αλλάζει η φορά της επιτάχυνσης ( όσο δηλαδή παραμένει στην περίπτωσή μας θετική) η κίνηση είναι επιταχυνόμενη. Όταν όμως η επιτάχυνση γίνει αρνητική ( αλλάζει η φορά της), τότε η κίνηση γίνεται επιβραδυνόμενη γιατί έχουμε κίνηση σώματος που έχει ήδη θετική ταχύτητα και αρνητική επιτάχυνση. Η αλλαγή στο είδος της κίνησης γίνεται τη χρονική στιγμή t=15s, όπως φαίνεται στο διάγραμμα.

Προφανώς τη στιγμή που η κίνηση από επιταχυνόμενη γίνεται επιβραδυνόμενη, το σώμα έχει αποκτήσει τη μέγιστη ταχύτητά του γιατί αμέσως μετά θα αρχίσει να μειώνεται το μέτρο της ταχύτητας. Μετά, για όσο χρονικό διάστημα παραμένει αρνητική η επιτάχυνση και θετική η ταχύτητα, η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη. Άρα η μέγιστη ταχύτητα ήταν αυτή που είχε αποκτήσει στο τέλος του χρονικού διαστήματος της επιταχυνόμενης, δηλαδή στο t=15s. Βέβαια πρέπει να εξασφαλίσουμε ότι από 15s ως 30 s η ταχύτητα παραμένει θετική για να βεβαιωθούμε ότι δε ξαναγυρίσαμε σε επιταχυνόμενη κίνηση.

Ισχύει άραγε αυτό; Υπολογίζουμε την u30s . Αν αυτή είναι >=0, τότε και οι ταχύτητες των προηγουμένων στιγμών είναι θετικές.

Επομένως, υπολογίζουμε τη Δu από 0 έως 30s: Έχουμε δύο ίσα τραπέζια, ένα στο θετικό τεταρτημόριο και ένα στο αρνητικό.

Άρα Δu= u(30s)-u(0s)=1/2. ( 15+10).(20/m)- ½.( 15+10).(20/m)= 0 → u(30s)=0m/s. ( u(0s)=0m/s από εκφώνηση).Επομένως η ταχύτητα του σώματος μηδενίστηκε μόλις τη στιγμή 30s. και όλο το χρονικό διάστημα από 15s έως 30s εκτελούσε επιβραδυνόμενη κίνηση, άρα μειωνόταν το μέτρο της ταχύτητάς του**. Επομένως επιλέγουμε το β.**

**Μπορείτε τώρα να απαντήσετε στο παρακάτω θέμα β;**

****

**Προφανώς διαλέγετε το α.** Επειδή το επίπεδο είναι **λείο,** **η F ταυτίζεται με τη ΣF** και άρα το διάγραμμα που μας δίνουν ταυτίζεται με διάγραμμα ΣF-t .

Από αυτό κατασκευάζουμε το διάγραμμα α-t,( αντιγράφουμε δηλαδή το αρχικό, αλλά βάζουμε α(m/s2) αντί για F(N) στον κατακόρυφο άξονα και 10/m και -10/m εκεί που έχουμε 10 και -10 στο αρχικό).

Υπολογίζουμε τη Δu από 0s ως 3s.Βλέπουμε ότι δημιουργούνται δύο ίσα αλλά αντίθετα « εμβαδά». Άρα Δu(0→3s)=0m/s →u3s-u0s=0m/s→ u3s=0m/s. (μας λέει ότι τη στιγμή 0s το σώμα ήταν ακίνητο στο λείο επίπεδο άρα u0s=0m/s

7.Πόσο % …;

Ασκήσεις που ζητούν κάποιο ποσοστό:π.χ Λύση: Δ1. Ε= UΑ +KΑ = m.g.h+0= 5.10.15=750 J ( ΚΑ=0J γιατί λέει ότι αφήνουμε το σώμα) Επίσης το h=15m, γιατί το ύψος κάθε ορόφου είναι 3 μέτρα και οι όροφοι 5 ( υπολογίζουμε και το ισόγειο)

Δ2. Ισχύει η ΑΔΜΕ μέχρι τη σύγκρουση με το έδαφος, γιατί θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Άρα Ε=ΚΤ+UT .Αλλά UT=0,( επειδή είναι η δυναμική ενέργεια ακριβώς πριν χτυπήσει στο έδαφος άρα το ύψος από την επιφάνεια θεωρείται 0m).

Άρα, Ε=ΚΤ= ½.m.uT2→ Ε=½.m.uT2→= uT2= 2. Ε/m→ uT2=2.750/5=300→uT=10√3 m/s

Δ3. Δηλαδή μας ζητούν το έργο του βάρους της σφαίρας κατά τη μετατόπιση 3m γιατί το ταβάνι του 3ου ορόφου απέχει 3m από το σημείο που αφέθηκε ελεύθερο: 5.10.3=150 J.

Δ4.μετά τη σύγκρουση το σώμα φθάνει στο ταβάνι του 2ου ορόφου. Κατά την άνοδο, ασκείται μόνο το βάρος, άρα πάλι ισχύει η ΑΔΜΕ μεταξύ του εδάφους και του ταβανιού του 2ου ορόφου: Επομένως όση ήταν η κινητική ενέργεια μετά την πρόσκρουση, τόση είναι και η δυναμική ενέργεια στο ταβάνι του δευτέρου ορόφου όπου σταματά στιγμιαία. Δηλαδή: Ε’= Κ’Α+0= U’T+0→ Κ’Α=m.g.h’ → Κ’Α= 5.10.9=450J . Άρα η μηχανική ενέργεια μετά την πρόσκρουση ισούται με 450J. Η μείωση της μηχανικής ενέργειας ισούται με Ε-Ε’=750-450=300J. **Τώρα για το πόσο τοις εκατό μειώθηκε**: **Δημιουργούμε ένα κλάσμα με αριθμητή την μείωση και παρονομαστή την αρχική μηχανική ενέργεια. Μετά το πολλαπλασιάζουμε με 100 και γράφουμε και το σύμβολο% δίπλα.. Δηλαδή : Το ποσοστό μείωσης της μηχανικής ενέργειας ισούται με : 300/750.100%=40%**